

COLLOQUE « LA PENSÉE NUMÉRIQUE »

PEYRESQ

INTRODUCTION

Si l'histoire des mathématiques reste une recherche fascinante, c'est qu'on n'en finit pas de poser la question de la raison d'être des mathématiciens. Contrairement aux autres branches de la science, et peut-être de la pensée, et parce qu'elle en fut dite le tronc, de l'extérieur il est difficile de voir la mathématique autrement que close, terminée, et en instance d'être *ab omni naevo vindicatus*. Assurément, lorsque Clavius le professeur de mathématique du Collège romain, professeur dont le profil fut voulu par Ignace de Loyola lui-même, composait son Euclide publié en 1574, il pensait mettre par ses commentaires un point final aux *Éléments*. Et pour cette raison même d'une totalité acquise, ceux-ci pouvaient servir dans la formation élémentaire des esprits, de tous les esprits rêvant d'un monde plus rationnellement organisé. Cette clôture n'était-elle pas aussi le rêve de Bourbaki, convaincu d'avoir détecté les structures élémentaires — groupes, corps, topologie, algèbres de Lie, variétés différentielles, etc. — au-dedans desquelles la pensée mathématique serait comme dans une riche prison. Cette impression d'une fin toujours possible, quoique jamais réalisée, ne hante-t-elle pas toute présentation de la théorie des nombres ? Qu'a-t-on ajouté, jusqu'au XVI^e siècle, aux livres VII, VIII et IX des *Éléments* d'Euclide, ceux où le nombre entier est traité essentiellement dans sa décomposition en facteurs premiers, alors même que celle-ci n'est pas énoncée sous forme de théorème ?

Bien sûr, on répondra que l'invention fut dans le passage de l'arithmétique à l'algèbre, et aux problèmes indéterminés de Diophante. Ce qui, indéniablement, fait sortir de la pensée numérique telle que circonscrite par les trois livres numériques d'Euclide. Mais aussi bien on a oublié d'inscrire dans cette pensée le dixième livre, la classification de certaines quantités irrationnelles, classification que Stevin démolit à la fin du XVI^e siècle et qui semble jouer si peu de rôle dans toute la pensée mathématique du XVII^e siècle. Quelques génies se sont fait ensuite gloire de cultiver isolément la théorie des nombres, Fermat, Euler, Lagrange, science inabordable par le plus commun des mortels comme Laplace le suggérait, en présence de Lagrange, qui fut vif dans sa réponse.

Peut-on parler de pensée numérique, sinon par opposition ? Par opposition classique avec une « pensée géométrique », qui se tiendrait autour des propriétés spatiales des figures ou d'une « pensée algébrique » qui aurait sa naissance avec la théorie des proportions. Mais pour faire bonne mesure, on devrait ajouter et toujours en termes d'opposition, une « pensée probabiliste » et une « pensée analytique », que le XVIII^e siècle aurait développées à partir de l'invention radicale du Calcul, ce qu'en France on appelle calcul différentiel et intégral dans une regrettable division. N'y aurait-il donc aucune pensée numérique à l'œuvre dans le calcul ?

Alors que les spécialités mathématiques distinguent la théorie des nombres, nommée telle par Legendre en 1796, et volontiers dite arithmétique par certains aujourd'hui, il y a une

certaine gêne à isoler une « pensée numérique ». Gêne épistémologique aussi bien que gêne historique, et j'ai déjà dit la gêne d'une pensée aristocratique du génie. Tous les commentateurs de la démonstration de Andrew Wiles en 1993 sur la conjecture de Fermat insistent sur l'impossibilité que Fermat aurait eue de donner la preuve. Tant la preuve actuellement disponible fait jouer toutes les mathématiques d'aujourd'hui, à partir d'une classification des courbes elliptiques. Et pourtant chacun reconnaît que la preuve repose sur un raisonnement par l'absurde, un raisonnement indirect, un raisonnement non numérique si l'on doit juger *a priori*. Qui oserait parler de pensée numérique sans craindre de saccager les retrouvailles contemporaines d'une *mathesis universalis* ?

De la même façon, personne n'a pris au sérieux Leibniz qui expliquait l'analogie numérique qui avait servi de support à son invention et à son imagination. Pas plus d'ailleurs que l'on ne prend au sérieux Newton, expliquant dans une sorte de préface à la *Méthode des fluxions*, livre qu'il ne fit jamais publier, que son calcul lui était venu de la division infinie, et ainsi de la numération, et de la numération décimale, la première où l'algorithme est indéfiniment exhibé. Par contre, les contemporains de Cantor n'eurent aucun mal à situer vers 1880 sa théorie des ensembles en arithmétique, comme on peut le constater dans les *Fortschritte der Mathematik*, avant que ne vienne l'ouverture d'une rubrique Fondements des Mathématiques. Leurs successeurs eurent tôt fait de ranger en Analyse cette partie de la théorie qui allait donner et la topologie et la topologie algébrique. On retrouve donc dans la postérité de l'œuvre de Cantor la division en numérique, géométrique et algébrique. Et cela fait bien une unité des mathématiques, que chantait encore Bourbaki, peu soucieux du fait que l'accomplissement de l'œuvre de David Hilbert, le *locus inveniendi*, ait été dûment séparé en étapes fort distinctes. Ou que André Weil ait largement fait savoir son intime conviction que l'algèbre était moins le lieu de son imagination que celui d'un achèvement et d'un succès.

S'interroger sur la pensée numérique, et même le faire par l'histoire, est une gageure intenable si l'on s'enferme dans une définition précise de cette pensée. Il y a pourtant eu revendication historique d'une telle pensée, mais avec l'expression d'oppositions successives et épistémologiquement variables à d'autres formes de pensées ; et l'on doit réunir alors des points de vue et des spécialistes bien différents pour que la question de la pensée numérique ne soit pas seulement l'occasion d'une histoire de la théorie des nombres, et d'une histoire de la notion de nombre.

Tel fut l'esprit de la réunion d'une trentaine de participants aux journées tenues à Peyresq, ce village des Hautes-Alpes dont l'humaniste provençal Nicolas Claude Fabri de Peiresc porte le nom. Et c'est la Fondation dirigée par Mady Smets qui hébergea tout le groupe, dans le village haut perché, la salle de réunion dominant par ses baies toute la vallée. Deux années plus tôt, une bonne partie des intervenants avaient participé sur d'autres hauteurs dans le Valais, à Zinal, à un autre débat sur la pensée axiomatique. Et beaucoup se retrouveront un an plus tard à Patzcuaro, au Mexique, encore plus haut en altitude et pour un débat sur la « pensée variationnelle ».

Ces colloques successifs sont organisés autour de la revue *Sciences et Techniques en Perspective*, co-gérée par Carlos Alvarez (Mexico), Jean Dhombres (Paris), Ian Lacki (Genève), Marco Panza (Nantes), Jean-Claude Pont (Genève), aidés de Patricia Radelet-de-Grave (Louvain), Paolo Freguglia (Pescara), Antoni Malet (Barcelone) et Vincent Jullien (Brest). Et, à chaque fois, les actes sont publiés. Afin de laisser une trace de ce qui a été fait, et sachant bien qu'il ne s'agit que d'une étape. Ces colloques sont des réunions dont le but n'est pas de dogmatiser, mais pour apprendre à penser l'histoire des mathématiques sur un mode collectif.

Les actes du colloque sur la pensée numérique ne se présentent pas avec l'appareil critique d'un livre — bibliographie exhaustive réunie, uniformisation des notes et des points de vue, égal niveau de l'érudition historique ou du questionnement scientifique. C'est une mise ensemble de quelques-unes des contributions de ce colloque, à la manière dont l'association Peiresc, foyer d'humanisme, a permis de mettre ensemble nos idées. Et c'est cette même association qui nous permet de les publier, à Bruxelles. Que Madame

Smets en soit vivement remerciée, de la part de tous ceux qui, ayant respiré quelque temps à Peyresq, ne peuvent oublier le vif de l'air, l'éclat du soleil jouant sur les lauzes des toits, les grands rocs roulés sur la pente ponctuée de sapins, les terrasses immobiles et suspendues dans le vide. Parler en septembre 1999 de la pensée numérique en un tel lieu ne fut pas indifférent à notre plaisir partagé.

Jean Dhombres
Bruxelles, mars 2002