

# LES RAPPORTS ENTRE GEOMETRIE ET ARITHMETIQUE DANS L'HISTOIRE DE L'« ART DU BATIR » ET DE LA « SCIENCE DES CONSTRUCTIONS »

Massimo CORRADI (Università di Genova)

« Mathematik ist eine brotlose Kunst, sozusagen. (...) Sie ist nicht so nötig wie die Philosophie, noch so nützlich wie die Theologie, aber sie verschafft den Kennern doch so unendliche Genüsse! »

[B. Brecht, *Leben des Galilei*]

RESUME : Nombres et grandeurs, arithmétique et géométrie ont toujours accompagné les développements de la Mécanique appliquée aux constructions. Les études poursuivies par Aristote et Stevin, par Varignon et Galilée, par Huygens et Euler, et encore celles de Jacques Bernoulli et de Leibniz, jusqu'à Lagrange et à Coulomb, ont permis la rencontre de l'Architecture et de la Géométrie, des Mathématiques et de la Mécanique, en déterminant, ainsi un véritable entrelacement de principes et de règles, de nombres et de grandeurs. À partir des fondements de la Mécanique médiévale, et parallèlement aux 'préceptes' de l'Art et de la Science du Bâtir, un fil conducteur s'est distingué, qui a su mener, pas à pas, à la découverte des principes de la Mécanique et, par la suite, à la formulation des bases de la Science des Constructions. Un parcours linguistique a traversé la théorie des proportions et la géométrie euclidienne, le calcul des isopérimètres et le calcul différentiel et intégral, en révolutionnant en peu de peu de temps, un siècle et demi à-peu-près, les méthodes d'interprétation des principes statiques et mécaniques (en 1638 Galilée publie ses *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze*, en 1744 Euler publie son traité *Methodus inveniendi lineas curvas...*, en 1773 Coulomb écrit son *Essai sur une application des Règles de Maximis & Minimis à quelques Problèmes de Statique, relatifs à l'Architecture*) Il ne s'agit plus là de principes qui ne sont tirés que de l'interprétation du comportement mécanique de machines simples et, par l'emploi des mathématiques élémentaires, ayant l'objectif de comprendre le comportement structural des constructions, mais de l'emploi du calcul mathématique dans le but de décrire les phénomènes et d'introduire des instruments d'analyse, généralement valables, à même de représenter les fondements mécaniques de la science du bâtir. Un parcours nettement plus « rationnel » et plus « scientifique », qui a dépassé le « savoir de l'ancien constructeur » qui, n'utilisant que l'arithmétique, l'algèbre élémentaire et la géométrie euclidienne, avait été, jusqu'à ce moment là, le guide et l'âme, la *raison* et la *logique* nécessaires pour « faire » de l'architecture, dans le but d'utiliser les principes mécaniques afin de gagner cette « immense » *lutte entre la pesanteur et la résistance qui constitue à elle seule l'intérêt de la belle architecture* [Schopenhauer]. Pouvoir reparcourir le déroulement de cet écheveau si emmêlé, ne peut donc que représenter un encouragement nécessaire et remarquable permettant la redécouverte des connexions, des interférences et des contrastes que les mathématiques ont su mettre en relief entre géométrie et construction, entre arithmétique et résistance des matériaux, entre mécanique et

architecture, en apportant, en même temps, une petite contribution au débat concernant le rôle de la pensée mathématique dans les développements de la Mécanique appliquée aux constructions et de l'Architecture.

## INTRODUCTION

Cette brève note visait, à l'origine, à reparcourir les développements de la Mécanique appliquée aux bâtiments à l'aide de l'évolution des disciplines mathématiques. Ainsi que nous l'avons appris par la littérature désormais considérable en la matière<sup>1</sup>, des savants tels qu'Aristote, Stevin, Varignon, Galilée, Huygens, Euler, Jacob Bernoulli, Leibniz, Lagrange, Coulomb et d'autres encore, qui n'avaient rien à voir avec l'Architecture et les constructions, ont pourtant contribué d'une façon significative à *l'Art du bâtir*. Cette discipline trouvera chez les ingénieurs et les mathématiciens du XIX<sup>e</sup> siècle sa propre consécration dans une « Sciences des constructions » ou « Science du bâtir » jouissant d'un prestige scientifique indubitable, dans le contexte de la « nouvelle » ingénierie des constructions liée à l'emploi de matériaux nouveaux, tels que le fer, l'acier et le béton armé. Cela a engendré un écart croissant — qui à l'heure actuelle est encore plus remarquable — entre la culture de l'ingénieur et la culture de l'architecte, l'une plus respectueuse des sciences exactes, à savoir la mathématique et la mécanique, l'autre dépositaire de l'art. Ce qui a mené à une dichotomie de plus en plus manifeste entre le processus évolutif de la pensée constructive et le geste de projeter la création de l'œuvre architectonique (la mise en œuvre de l'idée constructive<sup>2</sup>). Cette dichotomie, issue de la révolution linguistique introduite par la *Théorie de l'élasticité* en Mécanique des solides et des structures, avancée, à la fois, par les « élasticiens » du XIX<sup>e</sup> siècle tels que Navier, Poisson, Cauchy, Barré de Saint-Venant, Lamé, Menabrea, Castigliano, Müller-Breslau etc., a laissé quelque peu dans l'ombre - en plus de faire oublier à nombre de savants leurs propres origines scientifiques - la riche moisson d'études menées jusqu'à la fin du XVIII<sup>e</sup> siècle. Ces études, à partir des fondements de la mécanique antique et médiévale, ont vécu avec un ensemble de principes et de règles, de nombres et de grandeurs en parallèle aux « préceptes » de l'Art et de la Science du bâtir, en débrouillant les fils d'un écheveau et en déroulant un fil conducteur qui a mené, un pas après l'autre, à la découverte des principes de la mécanique et, ensuite, à la création des fondements de la Science des constructions.

Ainsi nous avons été les témoins d'un avancement, tout d'abord très lent, puis de plus en plus rapide, le long d'un chemin scientifique et linguistique qui a concerné la théorie des proportions et la géométrie euclidienne, le calcul isopérimétrique, le calcul différentiel et intégral, jusqu'au point de révolutionner, au cours d'un siècle et demi, les méthodes d'interprétation des principes statiques et mécaniques. Si l'on veut mentionner quelques moments significatifs, il suffit de rappeler qu'en 1638 Galilée publia les *Discorsi e dimostrazioni intorno a due nuove scienze attinenti alla mecanica ed i movimenti locali* (*Discours et démonstrations mathématiques concernant deux sciences nouvelles ...*), en 1744 Euler publia son *Methodus inveniendi lineas curvas maximi minimive proprietate gaudentes. Additamentum I de curvis elasticis*, en 1773 Coulomb écrivit l'*Essai sur une application des Règles de Maximis & Minimis à quelques Problèmes de Statique, relatifs à l'Architecture*. C'est un prélude à la révolution au sens des élasticiens du XIX<sup>e</sup> siècle<sup>3</sup> et au réveil soudain de ce siècle axé sur des complexités nouvelles, de nouveaux instruments, de nouvelles techniques de recherche caractérisées, peut-être, par une validité particulière plutôt que générale, visant la connaissance « absolue » et complète d'un microcosme scientifique plutôt que la compréhension du macrocosme des connaissances du bâtir (les

<sup>1</sup> Voir à ce propos la bibliographie à la fin du texte.

<sup>2</sup> Voir à ce propos *L'idée constructive en Architecture* (sous la direction de X. Malverti), Picard, Paris, 1987.

<sup>3</sup> Sur cet sujet voir E. Benvenuto, *An Introduction to the History of Structural Mechanics*, Springer, New York, 1991.

domains du *savoir* constructif). Ces innovations engendrent un changement des scénarios et des buts, comme si la *firmitas* de Vitruve, à savoir l'art du bâtir qui concerne la stabilité et la résistance des constructions, était désormais dévoilée et laissée à l'expérience du bâtir, tandis que les recherches théoriques et les connaissances scientifiques doivent être menées et exercées dans les milieux scientifiques et dans les Académies et s'occuper des moindres plis du comportement matériel, en remplaçant la vision générale du problème par des recherches particulières infinies.

Nous ne voulons pas être aussi critiques que l'était Staint Thomas d'Aquin envers les « novateurs », contre lesquels il écrivait « *ipsi soli videntur esse sapientes et cum ipsis natam esse sapientiam* », mais nous ne voulons pas oublier les racines historiques qui ont mené, sans aucun doute, à la systématisation actuelle de la Science des constructions.

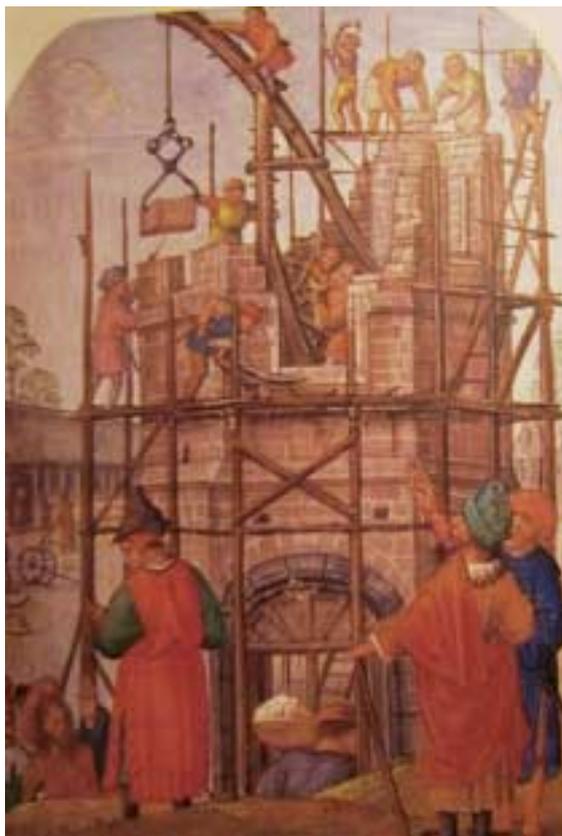


Fig. 1 : Les bâtisseurs de cathédrales ou la «*lutte entre la pesanteur et la résistance*».

Suite aux interférences entre Architecture et Géométrie, Mathématique et Mécanique, les principes qui sont à la base de l'Art et de la Science du bâtir<sup>4</sup> ne sont plus tirés seulement de l'interprétation du comportement mécanique de machines simples par le biais des mathématiques élémentaires. Bien au contraire, pour comprendre le comportement structural des bâtiments, il est indispensable de faire appel au calcul mathématique pour décrire des phénomènes complexes. Seule l'introduction de moyens d'analytique ayant une validité générale permettent de décrire les fondements mécaniques des phénomènes physiques, des règles et des systèmes de construction.

<sup>4</sup> Cf. S. Di Pasquale, *L'arte del costruire. Tra conoscenza e scienza*, Marsilio, Venezia, 1996.

Il s'agit d'un parcours bien plus « rationnel » et plus « scientifique » qui a largement dépassé le « *savoir du constructeur ancien* »<sup>5</sup> qui, tout en n'employant que l'algèbre élémentaire et la géométrie euclidienne, avait été, jusqu'à la fin du XVII<sup>e</sup> siècle, et sans doute également au cours du siècle suivant, le guide et l'âme, la *ratio* et la *logica* de l'art de « faire » l'architecture, avec l'engagement profond et sincère d'utiliser les principes de la mécanique afin de l'emporter dans la grande « *lotta fra il peso e la rigidità, lotta che costituisce infatti propriamente l'unico tema estetico dell'arte in architettura* »<sup>6</sup>.

Au sein de ce paradigme scientifique et de la construction linguistique complexe qu'il recueille et dénote, nous voulons proposer ici quelques exemples significatifs ayant trait à une évolution des connaissances mathématiques et du bâtir permettant de découvrir à nouveau les liaisons, les interférences, les contrastes qui se sont manifestés dans les relations entre géométrie et construction, entre arithmétique et résistance des matériaux, entre mécanique et architecture, en contribuant au débat sur la fonction de la pensée mathématique au sein des développements de la Science des constructions pour l'Architecture.

### GALILEE ET DE RESISTENTIA SOLIDORUM

En 1807 l'abbé Francesco Maria Franceschinis, au cours du discours inaugural de l'année académique, soutint que dans les arts et dans les techniques, et donc dans l'Architecture, on ne pourrait rien atteindre de beau ni d'utile si ce n'est à l'aide de la coopération de deux « *nobilissime sorelle* (très nobles sœurs)»: la mathématique et l'expérience empirique. L'Architecture représente, d'après le professeur padouan, le lieu de rencontre de ces disciplines; la science de la mécanique, consacrée à l'étude du mouvement et de l'équilibre, oriente au sein de l'architecture la rigueur et la puissance abstractive de la mathématique, mais elle est également capable de distinguer et d'expliquer les phénomènes physiques. Le projet de Franceschinis réunissait la tradition aristotélicienne de la science du mouvement, le projet archimédien de la création axiomatique-déductive de la statique, et toute la tentative ultérieure des scientifiques de la Renaissance visant à ériger la mécanique en tant que science *subalterne* de la géométrie. En plus, il contenait déjà les hypothèses mécanistes permettant d'expliquer le « système du monde »<sup>7</sup>, le débat du XVII<sup>e</sup> siècle sur la nature rationnelle et non exclusivement empirique des principes mécaniques, et anticipait le dessin de Lagrange d'inclure la mécanique dans l'analyse mathématique. Considérant qu'au sein de cette dernière la Mécanique « *se concentre dans une seule formule* », dans une synthèse suprême et une richesse d'applications illimitée.

<sup>5</sup> A. Becchi, M. Corradi, F. Foce, *Historical analysis of XIX century static theories about masonry vaults and domes*, C.A. Brebbia, B. Leftheris, *Structural Studies of Historical Buildings IV - Volume 1 - Architectural Studies, Materials & Analysis*, Computational Mechanics Publications, Southampton, 1995, pp. 77-87.

<sup>6</sup> « *lutte entre la pesanteur et la résistance qui constitue à elle seule l'intérêt de la belle architecture* ». A. Schopenhauer, *Il mondo come volontà e rappresentazione*, Mursia, Milano, 1991, p. 253 [*Le Monde comme volonté et comme représentation*, 1819, trad. fr., PUF, Paris, 1975, p. 275].

<sup>7</sup> P. Duhem, *Le système du monde: Histoire des doctrines cosmologiques de Platon à Copernic*, Tomes I - X, Paris (s.d.).



Fig. 2 : OLTARIO LEONI, *Portrait de Galilée*, Firenze, Biblioteca Marucelliana.

Pour comprendre le sens de ce projet important, il faut faire un pas en arrière et réfléchir à la naissance et aux développements du concept de résistance mécanique des solides qui a changé le paradigme et le langage des sciences mécaniques. À cet égard, nous faisons allusion à la création d'une nouvelle science, *de resistentia solidorum*, mise en place par Galilée. Les *Discorsi ...* de Galilée représentent, comme l'a montré E. Benvenuto, la base des Sciences des constructions ainsi que la création de la *Nouvelle Science* : la résistance des solides «*all'esser spezzati*»<sup>8</sup>. Dans cette œuvre, l'Auteur pisan remplace les spéculations métaphysiques et matérialistes qu'il avait déjà introduites dans le *Saggiatore* par des spéculations métaphysiques de type mathématique, tout en restant lié à sa propre vision atomiste du monde, et comme s'il voulait user d'artifice et déguiser sous l'apparence de l'agneau «*mathématique*», la bête fauve «*empia et atea* (empie et athée)»<sup>9</sup> de l'atomisme<sup>10</sup>. Tout ce qui ; jusqu'à ce moment, avait été compris et découvert, aussi bien en Architecture et en Mécanique qu'en Statique, ne pouvait pas être simplement le résultat de l'expérience. Même sa péroraison et son admiration pour les «*proti* (protes)» de l'Arsenal vénitien — par laquelle il ouvre sa première journée des *Discorsi*<sup>11</sup> — ne justifient pas. L'acceptation de la suprématie de l'expérience sur la connaissance et sur la spéculation scientifique. Parce que si l'expérience est à même de montrer qu'il se passe quelque chose, elle ne suffit pas à révéler de quoi il s'agit et de quelle façon cela se passe. En ces termes, Galilée affirme qu'une théorie contraire aux données de l'expérience est à rejeter, car «*anche un sol contrasto con l'esperienza è decisiva prova di falsità della*

<sup>8</sup> «*à être cassés*». Cf. E. Benvenuto, *L'istituzione di una nuova scienza: de resistentia solidorum*, in *Atti delle celebrazioni galileiane (1592-1992) - Vol. IV "Tribute to Galileo in Padua"*, Edizioni LINT, Trieste, 1995, p. 226 et suiv.

<sup>9</sup> E. Benvenuto, *L'istituzione di una nuova scienza ...*, *op. cit.*, p. 227.

<sup>10</sup> E. Benvenuto, *Ibidem*, p. 227.

<sup>11</sup> «SALV. Largo campo di filosofare a gl'intelletti specolativi parmi che porga la frequente pratica del famoso arsenale di voi, Signori Veneziani, ed in particolare in quella parte che meccanica si domanda; atteso che quivi ogni sorte di strumento e di machina vien continuamente posta in opera da numero grande d'artefici, tra i quali, e per l'osservazioni fatte da i loro antecessori, e per quelle che di propria avvertenza vanno continuamente per sé stessi facendo, è forza che ve ne siano de i peritissimi e di finissimo discorso», G. Galilei, *Discorsi e dimostrazioni matematiche ...*, (a cura di E. Giusti), Einaudi, Torino, 1990, p. 11.

*teoria* »<sup>12</sup>. Il ajoute que ce qui donne du sens à l'expérience est sa traduction mathématique immédiate. Voilà donc, que l'*expérience sensée* - « *sensata esperienza* » - (rendue fidèle au langage mathématique de la nature) est la preuve réelle de vérité de tout discours. C'est l'expérience *sensée*, et non l'expérience en soi, qui contribue à dévoiler la réalité des choses en ouvrant le chemin vers une *nouvelle science*. Les *Discorsi* de Galilée confirment d'une façon explicite et irréfutable la supériorité attribuée à la mathématique dans la spéculation scientifique, jusqu'à en faire un moyen nécessaire et exclusif: la mathématique, ou mieux la géométrie, répond parfaitement aux besoins de la recherche et elle est le véritable instrument de la pensée qui ouvre l'esprit à la connaissance du monde.

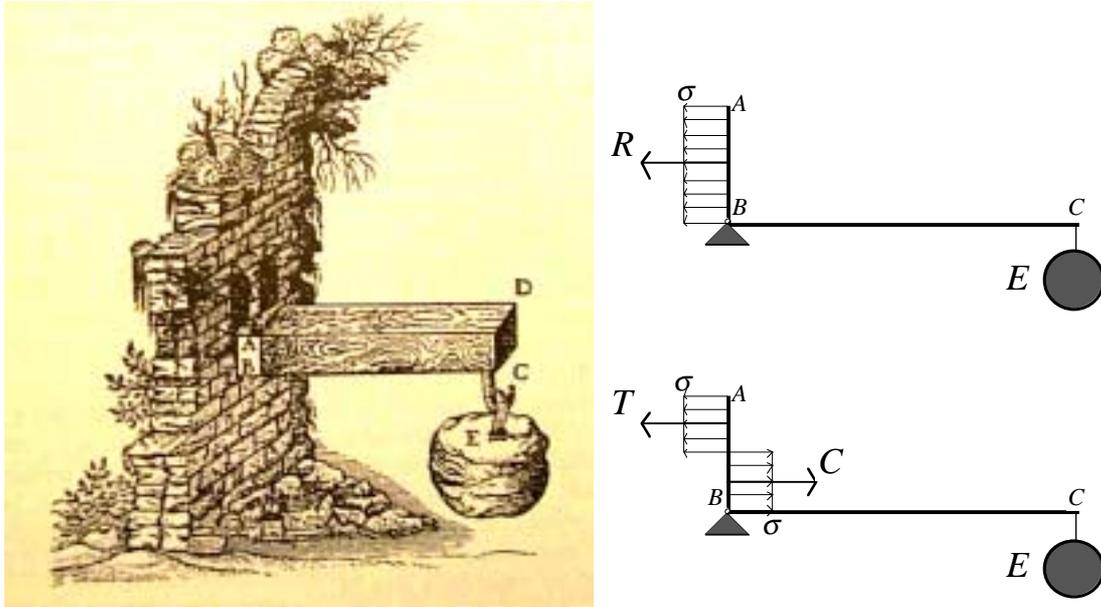
Une nouvelle vision épistémologique de la réalité se profile: le donné de l'expérience n'est plus rendu *sensé* par la logique antique qui le plongeait dans un grand système métaphysique et physique de la réalité, mais il reçoit son «bien-fondé» par la mise en place d'*hypothèses mathématiques* que l'expérience même est appelée à confirmer. Il s'agit, de la part de Galilée, d'une déclaration explicite d'autonomie de la science par rapport à la théologie et à la philosophie. Le «postulat» doit être un élément dont on peut jouer mathématiquement, au point de pouvoir prouver de nouvelles propositions qui seront soumises à la maîtrise de l'expérience. L'*hypothétique* devient ainsi un principe constructif de la science qui possède, en elle même, le critère de décision de la validité des principes qu'elle énonce. Galilée, donc, défend la supériorité de la mathématique, ou mieux de la géométrie, sur la logique. Son but, au-delà de la définition de règles pour le dimensionnement d'une poutre infléchie, consistait à utiliser les «règles» et le calcul en tant que passages intermédiaires d'une démonstration mathématique grandiose visant à établir la mécanique des solides comme une science rationnelle rigoureuse, mais formellement différente de la géométrie.

Le but et la volonté de Galilée sont présents, aujourd'hui encore, dans la recherche sur les solides en mécanique; celle-ci, en effet, se caractérise par un engagement analogue, traduire l'expérience en expérience sensée, à l'aide d'une modélisation mathématique rigoureux qui ne cède jamais face à la complexité des phénomènes étudiés, mais cherche toujours à rendre compte du comportement particulier des corps par l'introduction d'axiomes opportuns d'ordre général exprimant la nature de l'«*esser materiale* (être matériel)»<sup>13</sup>. Le choix d'un modèle simple pour représenter cet *être matériel*, ayant le moindre nombre de traits distinctifs possible<sup>14</sup>, assure l'exactitude géométrique selon les proportions des diverses parties qui le composent et permet de définir la limite inférieure qui caractérise sa résistance. En ce sens, les solides galiléens sont les solides de la géométrie euclidienne, ayant en plus la capacité de soutenir des poids et la propriété d'avoir leur propre poids. Outre les postulats de la géométrie euclidienne, Galilée introduit les principes de l'équilibre des corps et utilise, en tant que seul «moyen» d'interprétation, la «loi du levier» qui, selon lui, était une assertion physique et un théorème de raison résultant d'axiomes indubitables, tels que le *principe de raison suffisante*, et de postulats de la géométrie. L'aspect nouveau dans la pensée de Galilée est l'introduction de cette propriété caractérisant l'*être matériel* (le poids) qui ne peut pas avoir ses racines dans les postulats de la géométrie et de la statique.

<sup>12</sup> «aussi une seule discordance avec l'expérience est une preuve de fausseté de la théorie»; G. Galilei, *Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo*, in *Opere*, VII, Firenze, 1898, p. 148.

<sup>13</sup> Cf. à cet égard la *théorie moderne des liens constitutifs* qui met en relation la structure théorique de la *tension* et la géométrie de la *déformation*.

<sup>14</sup> Propriétés phénoménologiques des corps.



$$\frac{1}{2} \sigma(AD)(AB)^2 = E(BC) \quad \frac{1}{4} \sigma(AD)(AB)^2 = E(BC)$$

(équation de Galilée)                      (équation correcte)

Fig. 3 - Étude de la rupture d'une poutre encastrée à une extrémité.

Galilée a compris que la poutre encastrée pouvait être considérée comme un levier coudé ayant un point d'appui en B, avec le bras (BC) auquel est appliqué le poids E et correspondant à la section d'encastrement, le bras (BA) sur lequel s'exerce la résistance (R) induite par la contrainte (équilibre statique du levier):  $R : E = (BC) : 1/2(AB)$  où  $R = \sigma(AD)(AB)$ . En réalité l'équation correcte est :

$$T : E = (BC) : 1/2(AB) \text{ où } T = C = 1/2 \sigma(AD)(AB).$$

Cette nouvelle propriété des corps était en contradiction avec le principe fondamental de la pensée mathématique de l'époque, selon lequel il n'était pas possible d'attribuer *a priori* les limites de la croissance dimensionnelle des figures géométriques. Galilée, en effet, soutenait que la résistance de tout corps solide ne peut pas dépasser une limite absolue<sup>15</sup>. Cette limite détermine exactement une caractéristique du matériau, une mesure certaine et claire, caractéristique *a priori* d'une grandeur physique, qui constitue le corps même. Galilée, par conséquent, ramène son analyse à la recherche de cette résistance limite, en assujettissant, pourtant, le calcul au progrès lent des démonstrations géométriques fondées sur les proportions. Galilée ne se sert pas du formalisme algébrique et ses démonstrations, embrouillées et contournées, suivent un chemin géométrique. Le grand projet de la pensée de Galilée est de transformer l'*expérience* de la rupture des corps (qui avait jusqu'alors guidé les Architectes les plus célèbres mais aussi les constructeurs et les fabricants les plus obscures) en *expérience sensée* digne du grand livre écrit en caractères mathématiques, à savoir la *Nature*.

<sup>15</sup> Cette limite représente la résistance absolue du corps au fait d'être cassé, ou bien la valeur maximum de la résistance au changement de l'état de contrainte intérieur dû à l'action des forces extérieures.

Galilée, donc, visait à endiguer le champ de son analyse scientifique en le dégagant du poids des diatribes métaphysiques infructueuses; il visait également à suspendre le jugement concernant les questions qui s'avèrent incertaines d'un point de vue épistémologique parce qu'elles dépassent les limites de la connaissance humaine ou qu'elles nécessitent de plus grands moyens d'interprétation. Les règles utilisées dans le calcul constituent les passages intermédiaires et nécessaires d'une démonstration mathématique grandiose visant à « fonder » la mécanique des solides en tant que science rationnelle rigoureuse formellement différenciée de la géométrie<sup>16</sup>. Une question toutefois, reste ouverte : est-il possible d'associer les principes mathématiques aux principes de la Nature?

### CONSEQUENCES DE LA RECHERCHE DE GALILEE

Entre la fin du XVIII<sup>e</sup> et le début du XIX<sup>e</sup> siècle, la résistance des matériaux, l'étude du comportement des poutres en flexion et l'introduction de la théorie de l'élasticité représentent les domaines de la Science des constructions axée d'un côté sur la mécanique des solides (dont la « théorie de l'élasticité » constitue le chapitre le plus ancien et le plus soigné) et de l'autre sur la mécanique des structures (dont la « théorie des systèmes élastiques » constitue le chapitre le plus significatif).

Au cours de ce siècle les objectifs de la recherche de Galilée deviennent actuels: l'analyse des causes deviennent susceptibles d'expliquer la résistance des matériaux et de décrire en termes généraux et mathématiques la déformation d'un corps sujet à une contrainte; la création de modèles physico-mathématiques permet de représenter d'une façon simple et claire les principes selon lesquels un solide ou une structure se déforment et se cassent sous l'action de forces extérieures.

C'est ainsi que l'on aboutit à la mise en place du grand projet scientifique appelé « *Science des ingénieurs* »<sup>17</sup> qui comprend l'« architecture statique ». Leibniz a critiqué le but de Galilée de se libérer du poids des diatribes métaphysiques et de s'adresser uniquement à la spéculation mathématique. « *Les simples Mathématiciens (Philosophes à notions incomplètes) qui ne s'occupent que des jeux de l'Imagination, sont capables de se forger de telles notions ; mais elles sont détruites par des Raisons supérieures* »<sup>18</sup>.

Cependant, ces « *notions incomplètes* » qui, d'après Leibniz, caractérisent la figure de certains mathématiciens, sont souvent à même de mieux décrire des *figures* scientifiquement fécondes et capables de coordonner un large ensemble de phénomènes sous des lois mathématiques uniformes et complètes, voire suggestives en raison même de leur formulation. La véritable cause physique, probablement destinée à rester cachée par les secrètes de la Nature<sup>19</sup>, est remplacée par un *modèle mathématique* qui ne vise pas à expliquer le fait réel, mais plutôt à le représenter. En ce sens, l'acte de la représentation, notamment lorsqu'il permet de prévoir sur un modèle des aspects encore inconnus de la réalité, devient une explication au sens causal. Comme l'a bien expliqué E. Benvenuto, « *la causa deve appartenere al reale, altrimenti è inganno, mentre il modello si accontenta di*

<sup>16</sup> Cf. E. Benvenuto, *Nascita e sviluppi del concetto di resistenza meccanica dei solidi*, Atti dell'Accademia Ligure di Scienze e Lettere, vol. XLVII (1990), Genova, 1991, p. 146 et suiv.

<sup>17</sup> B.F. de Belidor, *La science des ingénieurs dans la conduite des travaux des fortifications et d'architecture civile*, C. Jombert, Paris, 1729. Cf aussi E. Benvenuto, *An Introduction ...*, I, Ch. 2.

<sup>18</sup> *Recueil de Diverses pièces sur la Philosophie, la Religion naturelle, l'Histoire, les mathématiques*, etc. Par Mrs. Leibniz, Clarke, Newton, et autres Auteurs célèbres, Amsterdam, 1719; 2<sup>ème</sup> éd. 1740, p. 99.

<sup>19</sup> Cf. à cet égard la *disquisitio* concernant l'existence du vide: E. Benvenuto, M. Corradi, *Breve storia del vuoto*, "Nuova secundaria", n. 6, Brescia, 1988, pp. 34-41.

*appartenere al più vago orizzonte del possibile, ed anzi a quella sua limpida regione che è governata soltanto da prefissati principi matematici* »<sup>20</sup>.

Lorsqu'une explication causale s'impose, le modèle ne révèle pas le *pourquoi*, mais on peut l'accueillir comme s'il le faisait. Il suffit, donc, que les «*notions incomplètes*» soient claires et cohérentes, ce qui permet de les traduire en termes mathématiques rigoureux. La rigueur du modèle mathématique devient ainsi le moyen pour déterminer le principe, recherché autrement à partir des «*Raisons supérieures*» empêtrées dans la métaphysique<sup>21</sup>.

Par exemple, l'attraction intermoléculaire décrite par Newton, issue d'une *action à distance* entre les particules et servant à expliquer la force de cohésion qui les maintient unies l'une à l'autre, est, comme l'a définie Saint-Venant, «*une loi assez générale, assez grandiose, c'est-à-dire simple pour que nous puissions ... la regarder comme pouvant être celle à laquelle le souverain Législateur a soumis les phénomènes intimes ...*»<sup>22</sup>.

### UN EXEMPLE SIGNIFICATIF

Au milieu du XVIII<sup>e</sup> siècle, trois visions différentes de la réalité matérielle se partageaient le consensus et mettaient en évidence les contrastes entre les scientifiques et les philosophes : le *plenum* universel cartésien, issu du concept de *res extensa*, qui n'admet pas le vide en raison de son caractère contradictoire intrinsèque et qui, par conséquent, était perpétuellement tourmenté par un système de tourbillons complexe; les *actions à distance* de Newton agissant, à l'opposé, au travers de l'espace vide dans lequel demeurent tous les corps liés par les *forces d'attraction*; enfin, le système des *monades* de Leibniz, c'est-à-dire des éléments constitutifs de la réalité matérielle et non, et donc dépourvus de parties et d'extension, comme de simples points mathématiques ayant une identité particulière qui distingue chacun d'entre eux.

Ces différentes visions du monde et de la réalité matérielle animaient, également en termes strictement mécaniques, un débat animé et engendraient plusieurs façons d'établir les principes de la discipline mécanique. Cette situation entraînait diverses interprétations des mêmes phénomènes connus. Un exemple significatif à l'appui de cette thèse est le concept énigmatique de force et la question de sa mesure correcte, qui encouragea la célèbre querelle sur les *forces vives*. La querelle, comme tout le monde le sait<sup>23</sup>, consistait à décider si la force devait être mesurée sur la base du temps pendant lequel elle agit (thèse soutenue par l'école cartésienne qui assignait la suprématie au concept de *quantité de mouvement*), ou bien s'il fallait la mesurer sur la base de l'espace le long duquel elle déplace son propre point d'application (thèse soutenue par l'école de Leibniz qui attribue la suprématie à «*l'équation*» de bilan entre *forces mortes* et *vives*).

Au sein de ces écoles de pensée différentes, au XVIII<sup>e</sup> siècle Jacopo Riccati<sup>24</sup> menait des études ayant trait à la recherche d'une loi générale de type mathématique, et pourtant axée sur des principes certains de mécanique, permettant de caractériser l'élasticité des corps sans devoir concevoir des représentations mentales arbitraires de leur constitution interne. Cette loi, qui, toujours d'après Riccati, devait prévoir un «*perpetuo e non interrotto*

<sup>20</sup> « la cause doit appartenir au fait réel, autrement elle est une tromperie, alors que le modèle se contente d'appartenir à un vague horizon du possible ; au contraire, elle appartient à sa région limpide qui est gouvernée d'avance par des principes mathématiques»; E. Benvenuto, *L'istituzione di una nuova scienza ...*, » *op. cit.*, p. 255.

<sup>21</sup> Cf. la diatribe relative à la théorie mathématique de l'élasticité entre Saint Venant (et Castigliano) d'un côté et Green et Thomson de l'autre.

<sup>22</sup> A. Barré de Saint-Venant, *Note du § 11 à la Théorie de l'Elasticité des Corps Solides de Clebsch*, Paris, 1883, p. 41.

<sup>23</sup> Cf. E. Benvenuto, *Nascita e sviluppi ...*, *op. cit.*, p. 155 et suiv.

<sup>24</sup> J. Riccati, Introduction au *Saggio intorno il Sistema dell'Universo*, in *Opere*, t. I, Lucca, 1761.

passaggio delle forze vive in morte, e di morte in vive »<sup>25</sup> peut se traduire, en termes actuels, par le *principe de conservation de l'énergie*.

Cela signifie que le corps parfaitement élastique jouit de la propriété de conserver en soi l'énergie reçue par l'extérieur en la transformant en *force morte* (énergie potentielle) et en la rendant intégralement sous forme de *force vive*, au cas où il serait dégagé des liaisons qui le retiennent. D'après Riccati, par conséquent, l'élasticité vient de l'énergie potentielle acquise et retenue par le corps suite aux contraintes extérieures.

La recherche de Giuseppe Ruggiero Boscovich, bien que liée à des thèmes similaires, portait sur d'autres aspects philosophiques et scientifiques. Sa théorie comprenait le système newtonien et la leçon de Leibniz. Riccati avait été à même de trouver une position intermédiaire entre les écoles de Newton et de Leibniz en repoussant, de toute façon, la dimension métaphysique de leurs thèses au bénéfice de leurs principes mathématiques féconds qui permettaient de coordonner un grand nombre de phénomènes ; Boscovich, à l'opposé, conjugait l'existence objective d'une loi des forces attractives et répulsives, à laquelle est liée la définition de l'être matériel, à l'inextension des éléments premiers, pareils aux *points mathématiques* ou aux *monades* de Leibniz.

À côté du contraste entre ces deux écoles de pensée, on peut mentionner l'opposition entre *Mécanique analytique* et *Mécanique physique*, mise en évidence par Siméon D. Poisson, l'un des fondateurs de la théorie moléculaire de l'élasticité :

... il serait à désirer que les géomètres reprissent sous ce point de vue physique et conforme à la nature les principales question de la mécanique. Il a fallu les traiter d'une manière tout-à-fait abstraite, pour découvrir les lois générales de l'équilibre et du mouvement; et en ce genre de généralité et d'abstraction, Lagrange est allé aussi loin qu'on puisse le concevoir, lorsqu'il a remplacé les liens physiques des corps par des équations entre les coordonnées de leur différents points : c'est là ce qui constitue la *Mécanique analytique* : mais à côté de cette admirable conception, on pourrait maintenant élever la *Mécanique physique*, dont le principe unique serait a ramener tout aux actions moléculaires, qui trassetment d'un point à un autre l'action des forces données, et sont l'intermédiaire de leur équilibre. De cette manière, on n'aurait plus d'hypothèses spéciales à faire lorsqu'on voudra appliquer les règles générales de la mécanique à des questions particulières<sup>26</sup>.

On sait bien<sup>27</sup> que le système de Boscovich fut repris ensuite par Saint-Venant<sup>28</sup>, qui jugeait la thèse sur l'inextension des atomes comme la seule conclusion cohérente et inattaquable au point de vue physico-mathématique, malgré les objections soulevées sur «une nature purement métaphysique» de sa thèse.

Le système de Boscovich et les principes de la *Mécanique Physique* furent considérés, au cours du XIX<sup>e</sup> siècle, comme l'expression la plus complète d'une « philosophie de la nature », subordonnée à la métaphysique, qui depuis des siècles était restée dans l'ombre de la pensée scolastique post-médiévale. Enfin, cette philosophie pouvait animer un grand projet scientifique, encouragé par l'habileté mathématique de personnages tels que Cauchy et Saint-Venant, auteurs de grand prestige scientifique qui *apertamente professorono, nell'era ostile del positivismo, la loro integra fede cristiana*<sup>29</sup>. Pour ce projet scientifique et

<sup>25</sup> « passage perpétuel et non interrompu des forces vives en mortes, et des forces mortes en vives »; J. Riccati, *op. cit.*, p. 169.

<sup>26</sup> S.D. Poisson, *Mémoire sur l'équilibre et le mouvement des corps élastiques*, lu à l'Académie, le 14 avril 1828, "Mémoires de l'Académie Royale des Sciences de l'Institut", vol. 8 (1829), pp. 357-370; p. 361.

<sup>27</sup> E. Benvenuto, M. Corradi, F. Foce, *Metaphysical Roots of the nineteenth Century Debate on the Molecular Theory of Elasticity*, R.C. Batra & M.F. Beatty (edited by), *Contemporary research in the mechanics and mathematics of materials*, CIMNE, Barcelona (Spain), 1996, pp. 79-91.

<sup>28</sup> E. Benvenuto, *Natural philosophy, rational mechanics and practical engineering in the work and life of Adhémar Jean Claude Barré de Saint-Venant*, Eur. J. Mech., A/Solids, Vol. 16, special issue, pp. 45-63, 1997.

<sup>29</sup> « sans hésitation professèrent, pendant l'ère hostile du positivisme, l'intégrité de leur foi chrétienne »; E. Benvenuto, *Nascita e sviluppi ...*, *op. cit.*, p. 159.

pour la vérification expérimentale ultérieure de la Mécanique physique, anticipée par la théorie de Boscovich, il fallait une confirmation de l'existence de forces attractives et répulsives entre les particules matérielles. En plus, il fallait vérifier si la prétendue unification entre « microcosme » et « macrocosme », ou bien le passage des actions moléculaires à la gravitation universelle, correspondait à la nature des choses ou s'il ne s'agissait que d'une image fascinante de la pensée, *sempre proteso all'unità e alla semplicità dei suoi costrutti*<sup>30</sup>. Enfin, il était nécessaire d'enquêter sur l'existence ou la non-existence de modèles d'interprétation plus convaincants qui, tout en renonçant à une totale unification formelle des structures théoriques, permettaient d'exprimer d'une façon simplifiée la loi qui met en relation les forces attractives et répulsives caractérisant les particules. Voilà le chemin qui sera entrepris, après la « création » de la théorie mathématique de l'élasticité au XIX<sup>e</sup> siècle, par nombre d'experts en mécanique rationnelle et de physiciens italiens à l'aube du XX<sup>e</sup> siècle.

Mais là, il s'agit d'une autre histoire.

## BIBLIOGRAPHIE

- 1638 Galileo Galilei, *Discorsi e dimostrazioni matematiche, intorno a due nuove scienze attenenti alla meccanica e i movimenti locali*, Leyden, 1638 (nouv. éd. italienne dirigée par E. Giusti: Einaudi, Torino, 1990).
- 1886-93 Isaac Todhunter & Karl Pearson, *A History of the Theory of Elasticity and of the Strength of Materials from Galilei to Lord Kelvin*, Cambridge, 1886-93.
- 1903 Pierre Duhem, *L'évolution de la Mécanique*, Paris, 1903 (nouv. éd.: Vrin, Paris, 1992).
- 1905-06 Pierre Duhem, *Les origines de la Statique*, Hermann, Paris, 1905-06.
- 1953 Sthephen P. Timoshenko, *History of Strength of Materials*, McGraw-Hill, New York, 1953 (nouv. éd.: Dover, New York, 1983).
- 1955 René Dugas, *Histoire de la Mécanique*, Neuchâtel, 1955 (éd. anglais: A History of Mechanics, Dover, New York, 1988).
- 1960 Clifford A. Truesdell, *The rational mechanics of flexible or elastic bodies. Introduction to Leonhardi Euleri opera omnia*, ser. 2, vol. XI/2, Orell Füssli, Turici, 1960.
- 1977 István Szabó, *Geschichte der mechanischen Prinzipien*, Birkhäuser, Basel, 1977.
- 1981 Edoardo Benvenuto, *La scienza delle costruzioni e il suo sviluppo storico*, Sansoni, Firenze, 1981.
- 1991 Edoardo Benvenuto, *An Introduction to the History of Structural Mechanics*, 2 vol., Springer, New York, 1991.
- 1992 Michel Blay, *La naissance de la mécanique analytique*, PUF, Paris, 1992.
- 1992 Amy Dahan Dalmedico, *Mathématisations. Augustin-Louis Cauchy et l'École Française*, Blanchard, Paris, 1992.
- 1996 Salvatore Di Pasquale, *L'arte del costruire*, Marsilio, Venezia, 1996.

---

<sup>30</sup> « toujours tendu vers l'unité et vers la simplicité des ses raisonnements » ; E. Benvenuto, *Nascita e sviluppi ...*, op. cit., p. 160.